

مساله ۱: (الف) نشان دهید اگر $-1 \leq x \leq 1$ باشد، آنگاه داریم:

$$x^2 = \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2 \pi^2} \cos(n\pi x)$$

(ب) با جایگزینی مقدار بخصوص x ، نشان دهید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

مساله ۲: ولتاژ $E \sin(\omega t)$ ، که در آن t معرف زمان است، پتانسیل یکسوکننده‌ی نیم موجی^۱ است که بخش منفی موج را حذف می‌کند. سری فوریه‌ی تابع پرودیک حاصل را به دست آورید:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } -\frac{\pi}{\omega} \leq t < 0 \\ E \sin(\omega t) & \text{if } 0 \leq t < \frac{\pi}{\omega} \end{cases}, \quad f(t + 2\pi/\omega) = f(t)$$

مساله ۳: توابع متناوب f در بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ داده شده‌اند. (الف) سری فوریه هر یک را بیابید. (ب) به ازای چه مقادیر x ، سری فوریه‌ی آنها با $f(x)$ برابر است؟ (پ) نمودار f و مجموع‌های جزئی S_2 و S_6 را رسم کنید.

$$(i) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } -\pi \leq x < 0 \\ \cos(x) & \text{if } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$(ii) \quad f(x) = \begin{cases} -1 & , \quad -\pi \leq x < -\pi/2 \\ 1 & , \quad -\pi/2 \leq x < 0 \\ 0 & , \quad 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

مساله ۴: نمایش سری فوریه تابع زیر را پیدا کنید.

$$f(x) = \sin(\pi x) \quad , \quad (0 < x < 1) \quad T=1$$

مساله ۵: سری فوریه تابع زیر را بیابید و پدیده گیبس را در آن نمایش دهید.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -2 \leq x < 0 \\ 2-x & , \quad 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

¹ Half-wave rectifier